Analiza matematyczna (MANA), zestaw 8

1. Rozwinąć w szereg Fouriera funkcję o okresie $2\pi$ określoną w przedziale $(-\pi;\pi)$ wzorem $f(x) = \sin x + x$,

2. Rozwinąć w szereg Fouriera funkcję o okresie $2\pi$ określoną w przedziale $(0;2\pi)$ wzorem $f(x) = \sin x + x$,

3. Rozwinąć w szereg Fouriera funkcję o okresie $2\pi$ określoną w przedziale $(-\pi;\pi\rangle$ wzorem $f(x) = x^2$. Jaki szereg liczbowy otrzymamy podstawiając $x = \pi$, a jaki dla $x = 0$?

4. Rozwinąć w szereg Fouriera funkcję o okresie $2\pi$ określoną w przedziale $(-\pi;\pi)$ wzorem
$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{dla} \quad x \geqslant 0 \\ -x^2 & \text{dla} \quad x < 0 \end{cases} .$$

5. Rozwinąć w szereg Fouriera w przedziale $\langle -\pi;\pi\rangle$ funkcję $f(x) =$ $= \sin^2 x - \cos 3x$, po czym podać na tej podstawie wartości całek
$$\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos 8x\,dx \text{ i } \int_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin 8x\,dx.$$

6. Wykazać, że jeśli funkcja o okresie $2\pi$ spełnia warunek $f(x+\pi) = -f(x)$, to wszystkie parzyste współczynniki jej rozwinięcia Fouriera (czyli $a_{2n}$ i $b_{2n}$) są równe zeru.