

ANALIZA MATEMATYCZNA (MANA), ZESTAW 10

Używając przekształcenia Laplace'a, rozwiązać:

$$\text{a) } \begin{cases} x'(t) + x(t) &= \sin t \\ x(0) &= 0 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x'(t) + x(t) &= \sin t \\ x(0) &= a \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x'(t) + x(t) &= e^{at} \\ x(0) &= 1 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} x''(t) + x(t) &= 2 \cos t \\ x(0) &= 1 \\ x'(0) &= 0 \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} x'''(t) + x''(t) + x'(t) &= 3x(t) \\ x(0) = x'(0) = x''(0) &= 1 \end{cases}$$

ODPOWIEDZI:

$$\text{a) } x(t) = \frac{1}{2} \sin t - \frac{1}{2} \cos t + \frac{1}{2} e^{-t}$$

$$\text{b) } x(t) = \frac{1}{2} \sin t - \frac{1}{2} \cos t + \left(a + \frac{1}{2}\right) e^{-t}$$

$$\text{c) } \text{dla } a \neq -1 \quad x(t) = \frac{ae^{-t} + e^{at}}{a+1}, \text{ dla } a = -1 \quad x(t) = te^{-t} + e^{-t}.$$

$$\text{d) } x(t) = t \sin t + \cos t$$

$$\text{e) } x(t) = e^t$$