



**WYDZIAŁ
MATEMATYKI I NAUK
INFORMACYJNYCH**



Metody ewolucyjne w wielokrowowych grach obronnych Stackelberga

Adam Żychowski i Jacek Mańdziuk

Wydział Matematyki i Nauk Informatycznych
Politechnika Warszawska

kwiecień 2022

Plan prezentacji



Gry obronne Stackelberga (*Stackelberg Security Games*)

- **Gracze**
 - obrońca (Lider) -- **D**
 - atakujący (Naśladowca) -- **A**
- **Gra**
 - Topologia (graf)
 - Zasady wykonywana akcji
- **Cele**
 - Wyróżnione wierzchołki
 - atakujący stara się je zdobyć
- **Wyплаты**
 - Za dotarcie do celu (i nie zostanie złapanym)
 - Za złapanie atakującego
 - Gry nierozstrzygnięte
 - **Gry o sumie niezerowej**
- **Dodatkowe założenia**
 - **Niepełna informacja**
 - **Racjonalność graczy**
 - **Asymetria graczy**

Gry obronne Stackelberga (*Stackelberg Security Games*)

- **Strategie graczy i metoda ich definiowania**
 - obrońca wybiera swoją strategię jako pierwszy
 - atakujący, **znając strategię obrońcy**, decyduje się na wybór swojej strategii
 - Gracze wybierają swoje strategie na początku gry i później nie mogą ich zmieniać
 - Strategie proste vs strategie mieszane
 - obrońca wybiera strategię mieszaną

cel: znalezienie **równowagi Stackelberga**

Równowaga Stackelberga

Para strategii poszczególnych graczy, dla których (zgodnie z zasadami danej/konkretnej gry), zmiana strategii przez dowolnego z graczy spowoduje pogorszenie jego wyniku.

$$(\pi_D^*, R(\pi_D^*)) \in \Pi_D \times \Pi_A$$

$$\pi_D^* = \operatorname{argmax}_{\pi_D \in \Pi_D} U_D(\pi_D, R(\pi_D))$$

$$R(\pi_D) = \operatorname{argmax}_{\pi_A \in \Pi_A} U_A(\pi_D, \pi_A)$$

$G \in \{D, A\}$ – gracze (Obrońca, Atakujący)

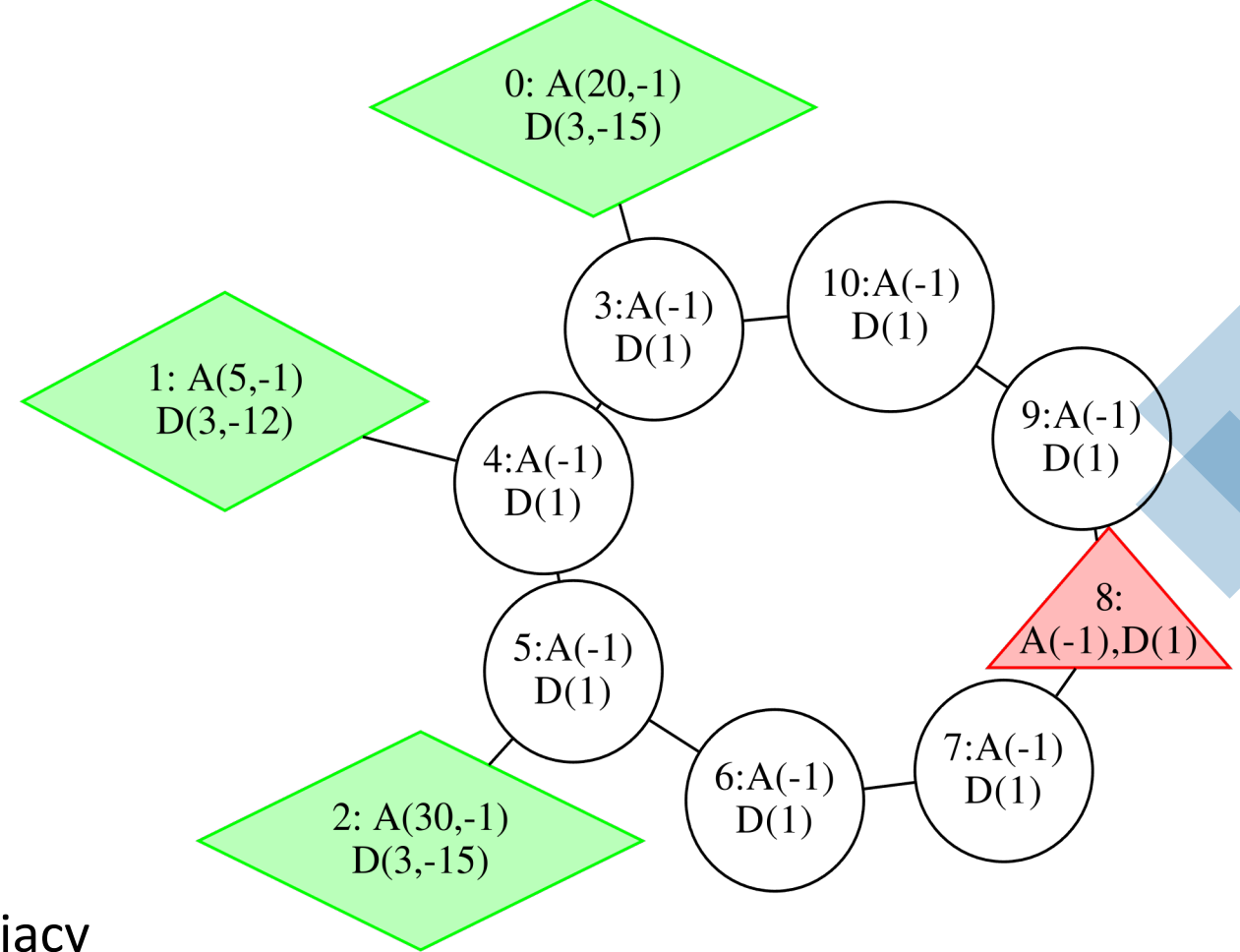
Π_G – zbiór wszystkich strategii mieszanych gracza G

U_G – wypłata gracza G

Założenie dodatkowe: remisy po stronie Atakującego (strategie o tej samej wypłacie Atakującego) rozstrzygane są na korzyść Obrońcy (**Silna Równowaga Stackelberga - SSE**)

Przykład poglądowy

- Wierzchołek startowy Obrońcy: 0
- Wierzchołek startowy Atakującego: 8
- Cele: 0, 1, 2
- Długość gry: 5 kroków
- Atakujący może wybrać ścieżkę 9-10-3-[0|4-1] lub 7-6-5-[2|4-1]
- ➔ Obrońca musi przyjąć strategię mieszaną



Obrońca

Pstwo.	Strategia (ścieżka)	Wyplata
0.4	0, 0, 0, 0, 0	-15
0.6	3, 4, 5, 2, 2	3

$$U_D = -4.2$$

Atakujący

Pstwo.	Strategia (ścieżka)	Wyplata
1/3	7, 6, 6, 5, 2	11.4
1/3	7, 7, 6, 5, 2	11.4
1/3	8, 7, 6, 5, 2	11.4

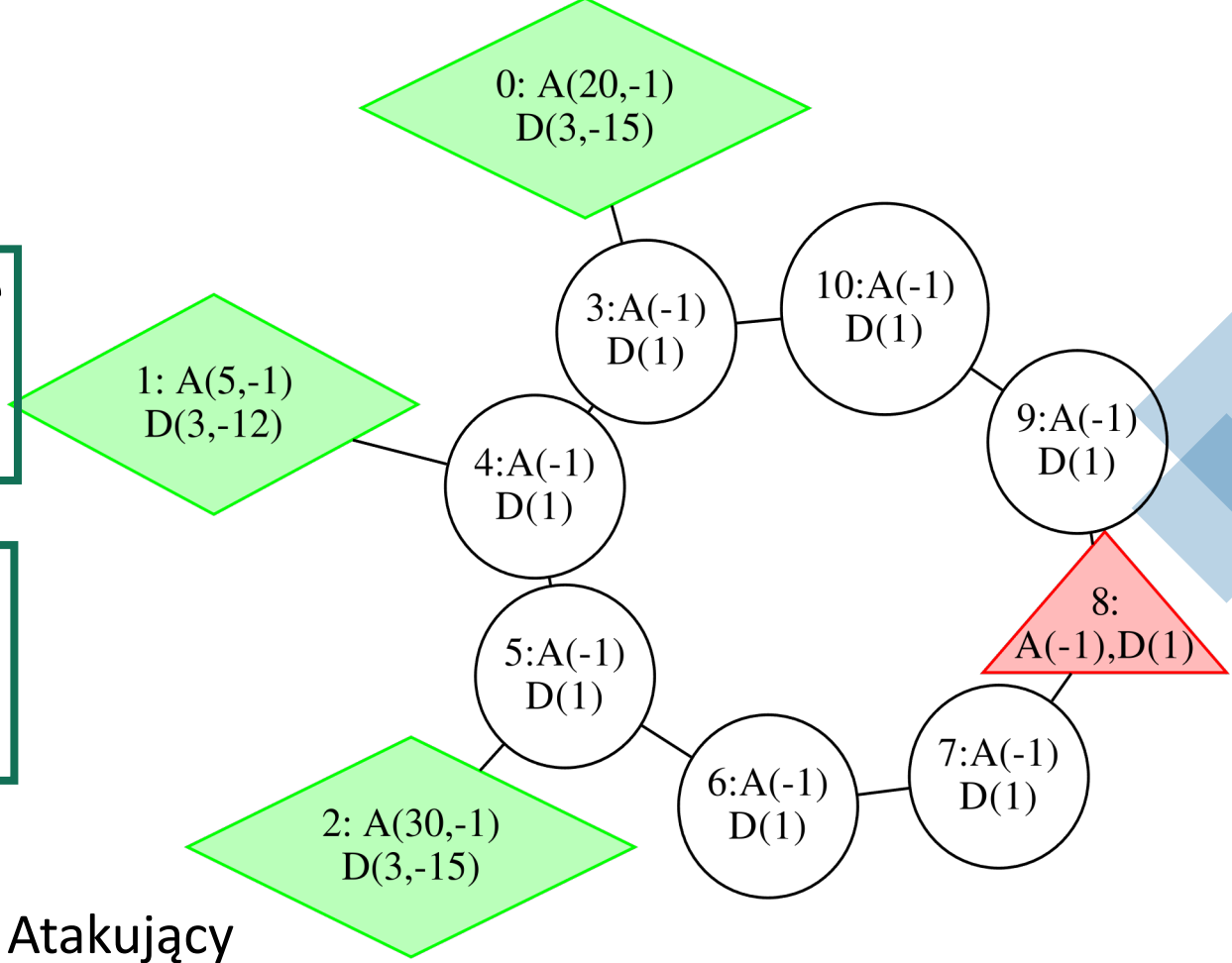
$$U_A = 11.4$$

Optymalną odpowiedzią Atakującego zawsze może być **strategia prosta** [6]

Przykład poglądowy

Dowolnie mała zmiana strategii Obrońcy może spowodować znaczną zmianę jego wypłaty (z uwagi na zmianę strategii Atakującego).

Prawdopodobieństwa strategii prostych Obrońcy zwykle nie są proporcjonalne do odpowiadających im wypłat w stanie SSE.



Obrońca

Pstwo.	Strategia (ścieżka)	Wypłata
0.4 0.39	0, 0, 0, 0, 0	-15
0.6 0.61	3, 4, 5, 2, 2	3

$U_D = -4.2 - 7.98$

Atakujący

Pstwo.	Strategia (ścieżka)	Wypłata
1/3	8, 9, 10, 3, 0	11.81
1/3	9, 9, 10, 3, 0	11.81
1/3	9, 10, 10, 3, 0	11.81

$U_A = 11.4 11.81$

Zastosowania



Federal Air Marshal Service [1]



Straż przybrzeżna w Zatoce Bostońskiej [2]



Lotnisko w Los Angeles [3]



Kłusownictwo w Ugandzie [4]



Kontrola biletów w Los Angeles [5]

Metody dokładne

- Oparte o technikę programowania liniowego i całkowitoliczbowego – MILP (*Mixed-Integer Linear Programming*)
- DOBBS: [7]

$$\max_{q,z,a} \sum_{i \in X} \sum_{j \in Q} R_{ij} z_{ij}$$

$$w.r.t. \quad \sum_{i \in X} \sum_{j \in Q} z_{ij} = 1$$

$$(\forall_{i \in X}) \sum_{j \in Q} z_{ij} \leq 1$$

$$(\forall_{j \in Q}) q_j \leq \sum_{i \in X} z_{ij} \leq 1$$

$$\sum_{j \in Q} q_j = 1$$

$$(\forall_{j \in Q}) 0 \leq (a - \sum_{i \in X} C_{ij} (\sum_{h \in Q} z_{ih})) \leq (1 - q_j)M$$

$$z_{ij} \in [0,1]; q_j \in \{0,1\}; a \in R; M \in R$$

Q – zbiór strategii Atakującego
 X – zbiór strategii Obrońcy
 C – macierz wypłat Atakującego
 R – macierz wypłat Obrońcy
 M – „odpowiednio duża” stała

Dalsze usprawnienia:

- BC2015^[8] (optymalizacja względem gier wielokrokowych)
- C2016^[9] (skorelowana równowaga Stackelberga)

Metody dokładne

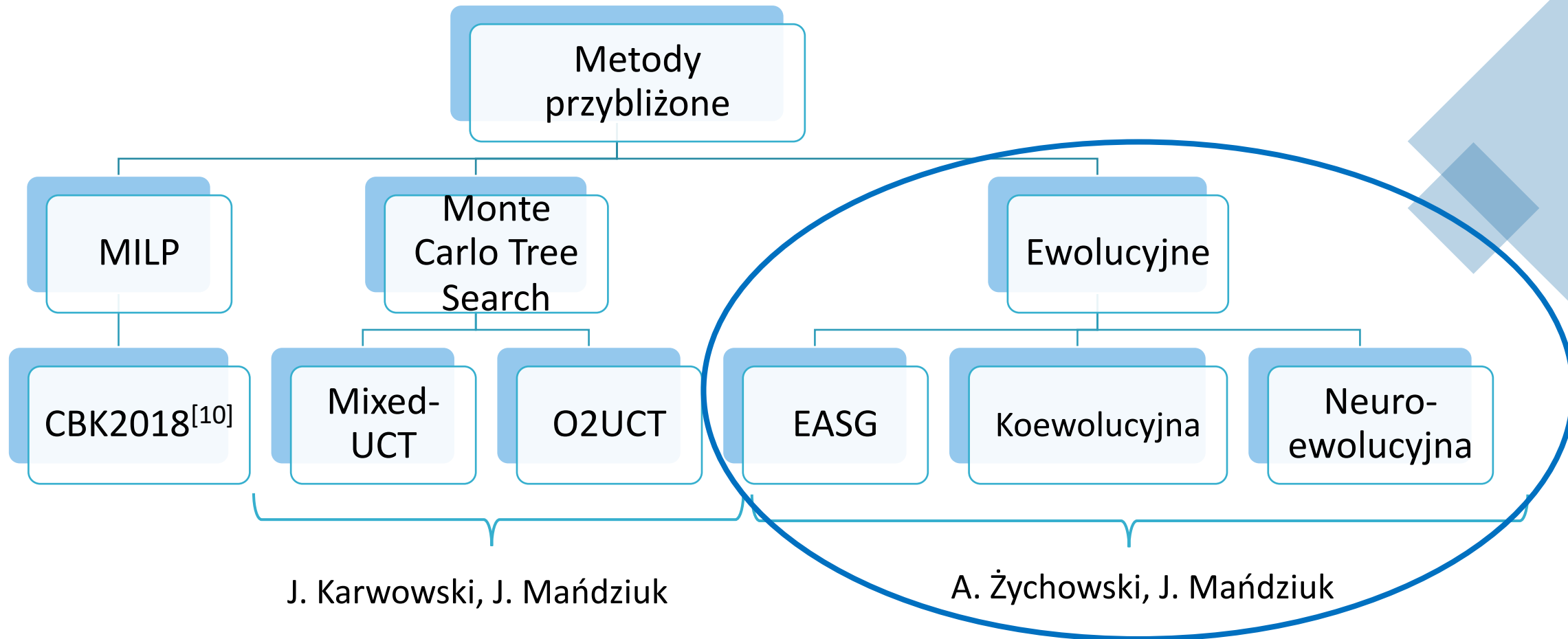
Zalety

- gwarancja optymalnych wyników

Wady

- słaba skalowalność czasowa
- duże zużycie pamięci
- brak możliwości zastosowania do większych gier (w szczególności wielokrokowych)
- mała elastyczność (konieczność znacznych modyfikacji dostosowanych do konkretnego rodzaju gry)

Metody przybliżone ogólnego zastosowania



J. Karwowski, J. Mańdziuk, **A Monte Carlo Tree Search approach to finding efficient patrolling schemes on graphs**, *European Journal of Operational Research*, vol. 277, 255-268, 2019

J. Karwowski, J. Mańdziuk, **Double-oracle sampling method for Stackelberg Equilibrium approximation in general-sum extensive-form games**, *34th AAAI Conference on Artificial Intelligence (AAAI'2020)*, 2054-2061, 2020

Bazowy algorytm ewolucyjny (EASG)

Kodowanie rozwiązań:

$$CH_q = \{(\sigma_1^q, p_1^q), (\sigma_2^q, p_2^q), \dots, (\sigma_{l_q}^q, p_{l_q}^q)\}, \quad \sum_{i=1}^{l_q} p_i^q = 1,$$

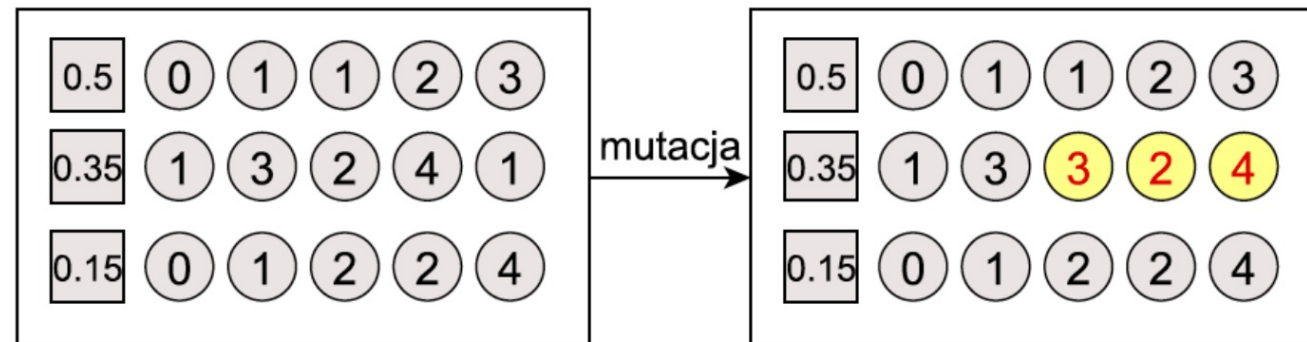
σ_i^q - strategia prosta Obrońcy (konkretna jej postać zależy od definicji gry, np. lista wierzchołków odwiedzanych w kolejnych krokach czasowych)

Populacja początkowa: losowe strategie proste $\forall_q l_q = 1 \wedge p_1^q = 1$

EASG - mutacja

- Rola mutacji: wprowadzenie losowego zaburzenia, przeszukiwanie nowych obszarów, eksploracja
- Każdy osobnik z populacji jest poddawany mutacji z prawdopodobieństwem p_m
- Wybierana jest losowa strategia prosta σ_i^q , która modyfikowana jest od losowego kroku czasowego

$$\sigma_i^q = (a_1, a_2, \dots, a_{s-1}, a'_s, a'_{s+1}, \dots, a'_m)$$

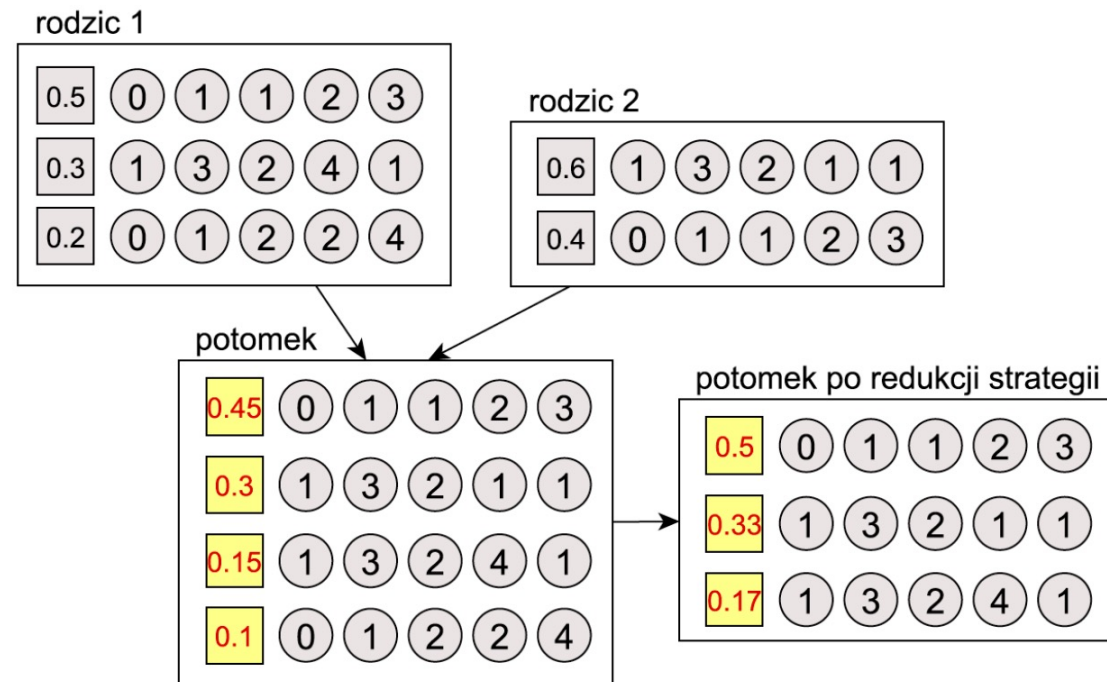


EASG - krzyżowanie

- Rola krzyżowania: łączenie istniejących rozwiązań, eksploatacja
- Każdy osobnik z populacji bierze udział w krzyżowaniu z prawdopodobieństwem p_k
- łączenie strategii prostych z osobników – rodziców

$$CH_{1-2} = \left\{ (\sigma_1^1, \frac{p_1^1}{2}), \dots, (\sigma_{l_1}^1, \frac{p_{l_1}^1}{2}), (\sigma_1^2, \frac{p_1^2}{2}), \dots, (\sigma_{l_2}^2, \frac{p_{l_2}^2}{2}) \right\}$$

- Usuwanie losowych strategii prostych z prawdopodobieństwem $(1 - p_i^q)^2$



EASG - ewaluacja

- Funkcja przystosowania: wypłata Obrońcy
- Dla każdego osobnika (strategii mieszanej Obrońcy) znajdowana jest najlepsza odpowiedź (strategia) Atakującego
- Iteracja po wszystkich strategiach prostych Atakującego
- Najbardziej czasochłonna procedura algorytmu ewolucyjnego

Algorithm 1: Ewaluacja strategii Obrońcy π_D .

```
1 EvaluateSolution ( $\pi_D$ )
2    $\sigma_{bestA} \leftarrow \text{null}$ 
3   for  $\sigma_A \in \Sigma_A$  do
4     if  $\sigma_{bestA} = \text{null}$  or  $u_A(\pi_D, \sigma_A) > u_A(\pi_D, \sigma_{bestA})$  or
5      $(u_A(\pi_D, \sigma_A) = u_A(\pi_D, \sigma_{bestA}) \text{ and } u_D(\pi_D, \sigma_A) > u_D(\pi_D, \sigma_{bestA}))$ 
6     then
7        $\sigma_{bestA} \leftarrow \sigma_A$ 
8   return  $u_D(\pi_D, \sigma_{bestA})$ 
```

EASG – selekcja i warunek stopu

- Selekcja turniejowa binarna
- Elitaryzm – e najlepiej przystosowanych osobników jest automatycznie kopiowanych do nowego pokolenia
- Warunek stopu:
 - brak poprawy najlepszego znalezionej rozwiązania przez g_k kolejnych pokoleń
 - osiągnięcie limitu g_l wygenerowanych pokoleń

Parametr	Symbol	Wartość
Wielkość populacji	N	200
Prawdopodobieństwo mutacji	p_m	0.5
Prawdopodobieństwo krzyżowania	p_k	0.8
Presja selekcji	p_s	0.9
Wielkość elity	e	2
Maksymalna liczba pokoleń	g_l	200
Maksymalna liczba pokoleń bez poprawy	g_k	20

Wartości parametrów przyjęte w eksperymentach

Gry z ruchomymi celami

we współpracy z Nanyang Technological University (Singapur)

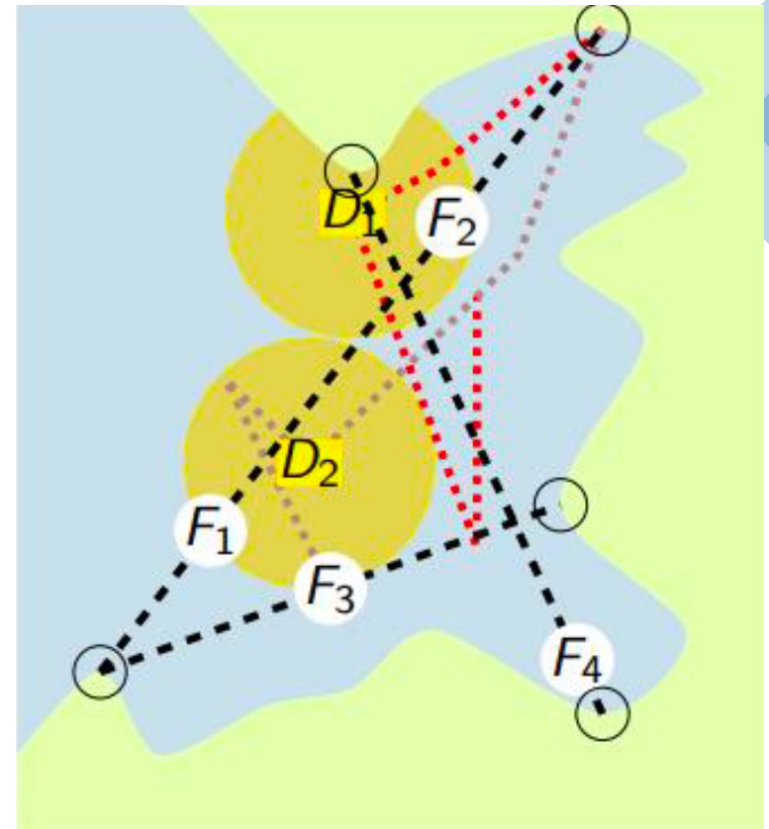
- Inspiracja: ochrona promów turystycznych
- Gra na płaszczyźnie
- Ruchome cele (promy) – poruszające się po linii prostej z jednakową prędkością v pomiędzy zadanymi punktami na płaszczyźnie zgodnie z ustalonym harmonogramem
- Obrońca dysponuje k jednostkami (motorówki, helikoptery), które mogą poruszać się z prędkością $v_{max} > v$



*J. Karwowski, J. Mańdziuk, A. Żychowski, F. Grajek, B. An, **A Memetic Approach for Sequential Security Games on a Plane with Moving Targets**, 33rd AAAI Conference on Artificial Intelligence (AAAI'2019), 970-977, 2019*

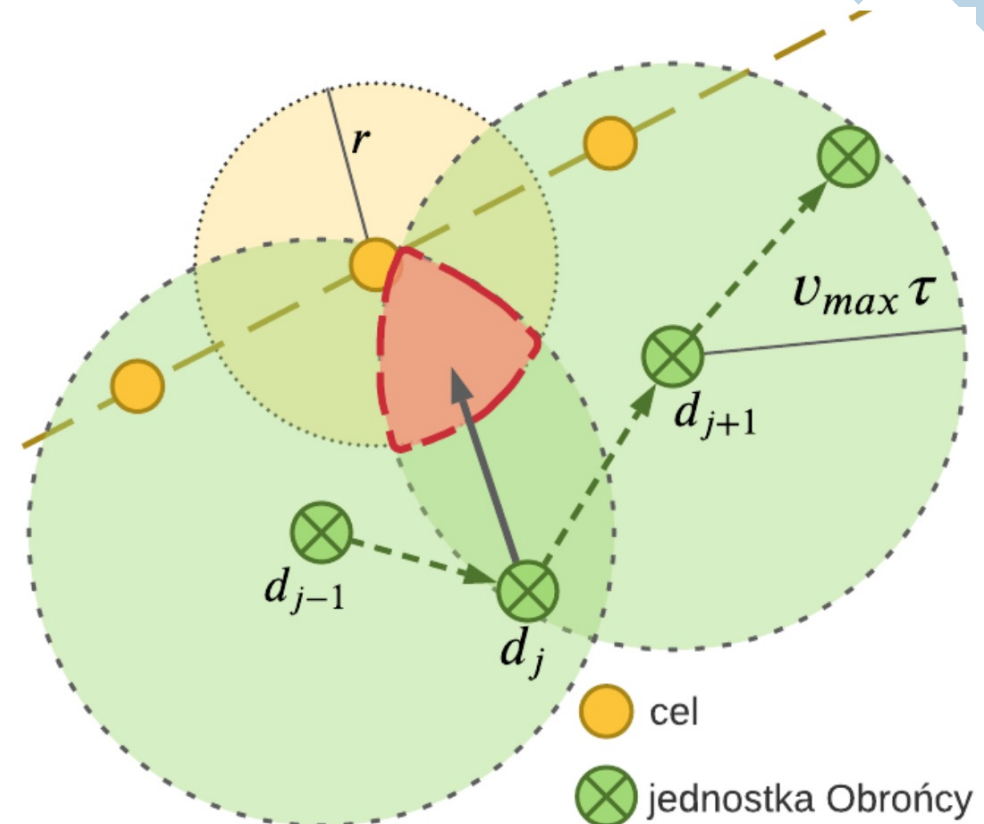
Gry z ruchomymi celami

- cel jest chroniony, jeśli w odległości co najwyżej r znajduje się jednostka obrońcy
- atak trwa s jednostek czasu
- atak jest nieudany jeśli w dowolnym momencie ataku cel jest chroniony
- strategia Atakującego: wybór celu do ataku i kroku czasowego jego rozpoczęcia
- strategia Obrońcy: ustalenie położeń jednostek w czasie (**ciągła przestrzeń rozwiązań**)



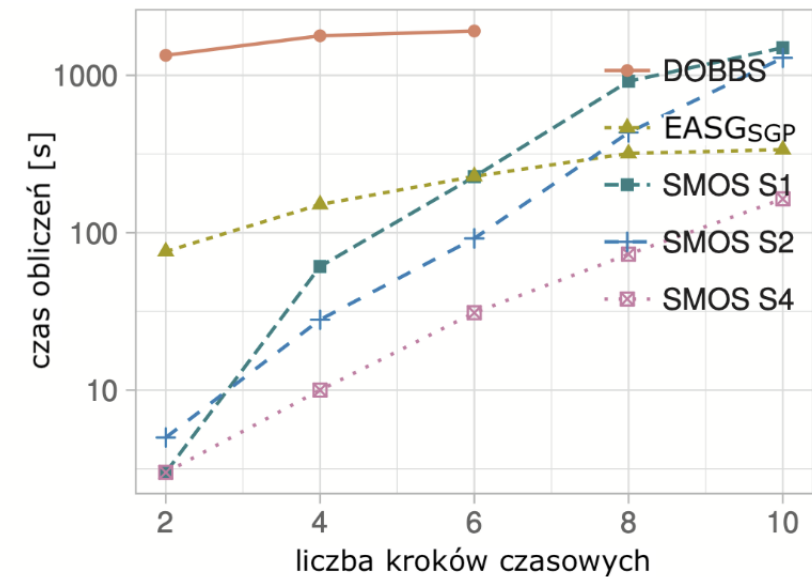
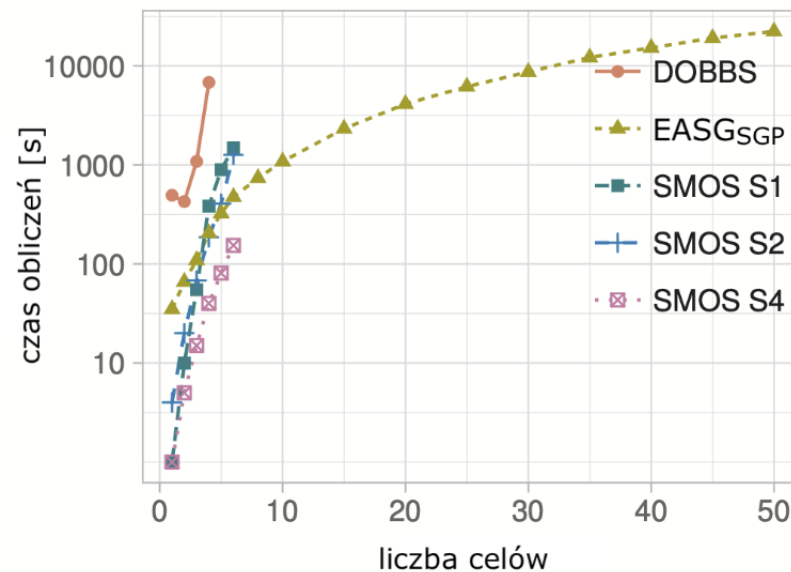
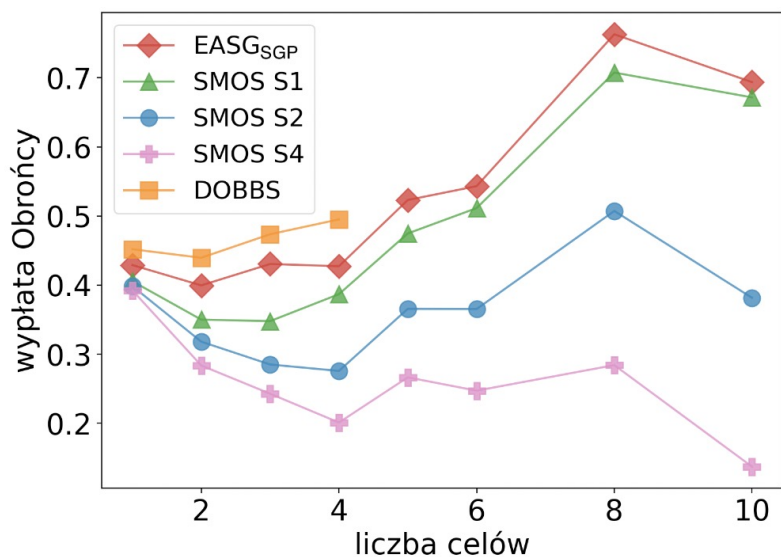
Algorytm ewolucyjny (memetyczny)

- Kodowanie rozwiązań: strategia prosta \rightarrow lista położeń jednostek Obrońcy na koniec kolejnych kroków czasowych
- Mutacja: zmiana położenia losowej jednostki Obrońcy od losowego kroku czasowego
- Krzyżowanie: jak w wersji bazowej
- **Lokalna optymalizacja:** próba poprawy położeń wszystkich jednostek, aby pokryć jak największą liczbę celów
- Funkcja przystosowania: wypłata Obrońcy
- Dodatkowy mechanizm rozstrzygania remisów: suma wypłat Obrońcy dla każdego kroku czasowego przy założeniu, że Atakujący zaatakuje w tym kroku



Gry z ruchomymi celami - wyniki

- 6150 gier - liczba celów (n): 1-50, jednostek Obrońcy: 1- n , kroków czasowych: 2-10
- algorytm dokładny policzył 605 gier (dla $n > 10$ osiągnął limit pamięci – 128GB)
- EASG zwrócił ten sam wynik ($\varepsilon = 10^{-5}$) w 599 przypadkach (97%)
- średnie odchylenie standardowe EASG (z 20 uruchomień dla każdej gry) $3 \cdot 10^{-5}$, w 9% przypadków przekroczyło 10^{-5}



Gry z sygnalizacją [11]

we współpracy z Harvard University (USA) oraz Indian Institute of Technology (Indie)

- Inspiracja: walka z kłusownictwem w Afryce
- Zasoby Obrońcy: strażnicy, drony
- Dron może wysłać jeden z dwóch rodzajów sygnałów:
 - słaby – wysłanie informacji do strażników o wykryciu ataku
 - silny – wysłanie informacji o ataku oraz uruchomienie sygnalizacji świetlnej/dźwiękowej w celu odstraszenia Atakującego
- Gry na grafie – każdemu wierzchołkowi przypisany zestaw wypłat
- Strategia Obrońcy: rozmieszczenie strażników, dronów, strategia sygnalizacji
- Strategia Atakującego: wybór celu do ataku, reakcja na sygnały



*A. Żychowski, J. Mańdziuk, E. Bondi, A. Venugopal, M. Tambe, B. Ravindran, **Evolutionary Approach to Security Games with Signaling**, [under review].*

Gry z sygnalizacją – niepewność

Niepewność wykrycia

- wynika z niedoskonałości dronów
- z prawdopodobieństwem γ dron nie wykrywa odbywającego się ataku



Niepewność obserwacji

- wynika z ograniczonych zdolności Atakującego
- błędne rozpoznanie sygnału przez Atakującego zgodnie z macierzą Ω
- $P[y|x]$ – prawdopodobieństwo rozpoznania przez Atakującego sygnału x pod warunkiem wysłania sygnału y

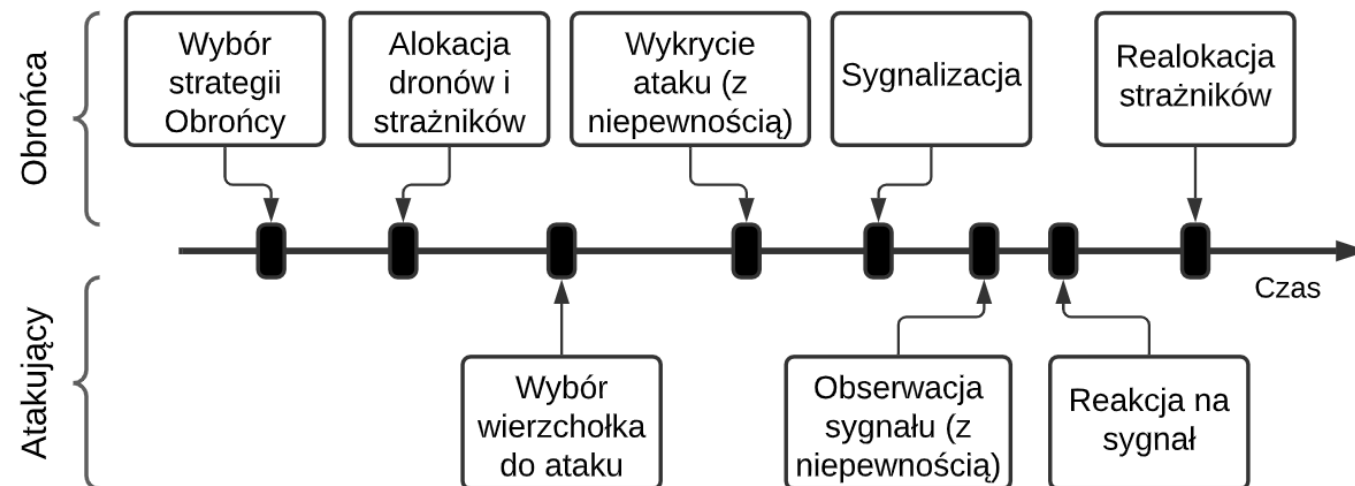
$$\Omega = \begin{bmatrix} P[\emptyset|\emptyset] & P[\emptyset|s_1] & P[\emptyset|s_2] \\ P[s_1|\emptyset] & P[s_1|s_1] & P[s_1|s_2] \\ P[s_2|\emptyset] & P[s_2|s_1] & P[s_2|s_2] \end{bmatrix}$$

$$\Omega_\kappa = \begin{bmatrix} 1 & \kappa & \frac{\kappa}{2} \\ 0 & 1 - \kappa & \frac{\kappa}{2} \\ 0 & 0 & 1 - \kappa \end{bmatrix}$$

Gry z sygnalizacją – fazy gry

Fazy gry:

1. Obrońca alokuje zasoby (strażników i drony)
2. Atakujący wybiera cel i rozpoczyna atak
3. Wykrycie ataku przez drony i sygnalizacja
4. Reakcja Atakującego na sygnalizację (ucieczka lub kontynuacja ataku)
5. Przemieszczenie strażników



Gry z sygnalizacją – kodowanie rozwiązań

$$CH_j = \{(e_1^j, q_1^j), \dots, (e_i^j, q_i^j), \dots, (e_{d_j}^j, q_{d_j}^j), \Psi_j^\theta, \Phi_j^\theta\}$$

$e_i^j = (V_p, V_s, V_r)$ - strategia prosta

V_p - zbiór wierzchołków ze strażnikami

V_s - zbiór wierzchołków z dronami

V_r - plan realokacji, zbiór wierzchołków (sąsiednich do V_p), do których zostaną przemieszczeni strażnicy

q_i^j - prawdopodobieństwo strategii e_i^j

$\theta \in \{\bar{s}, s^+, s^-\}$ - stany alokacji dronów:

\bar{s} - brak strażnika w sąsiednim wierzchołku

s^+ - istnieje strażnik, który w fazie realokacji ma zaplanowane przemieszczenie się do danego wierzchołka

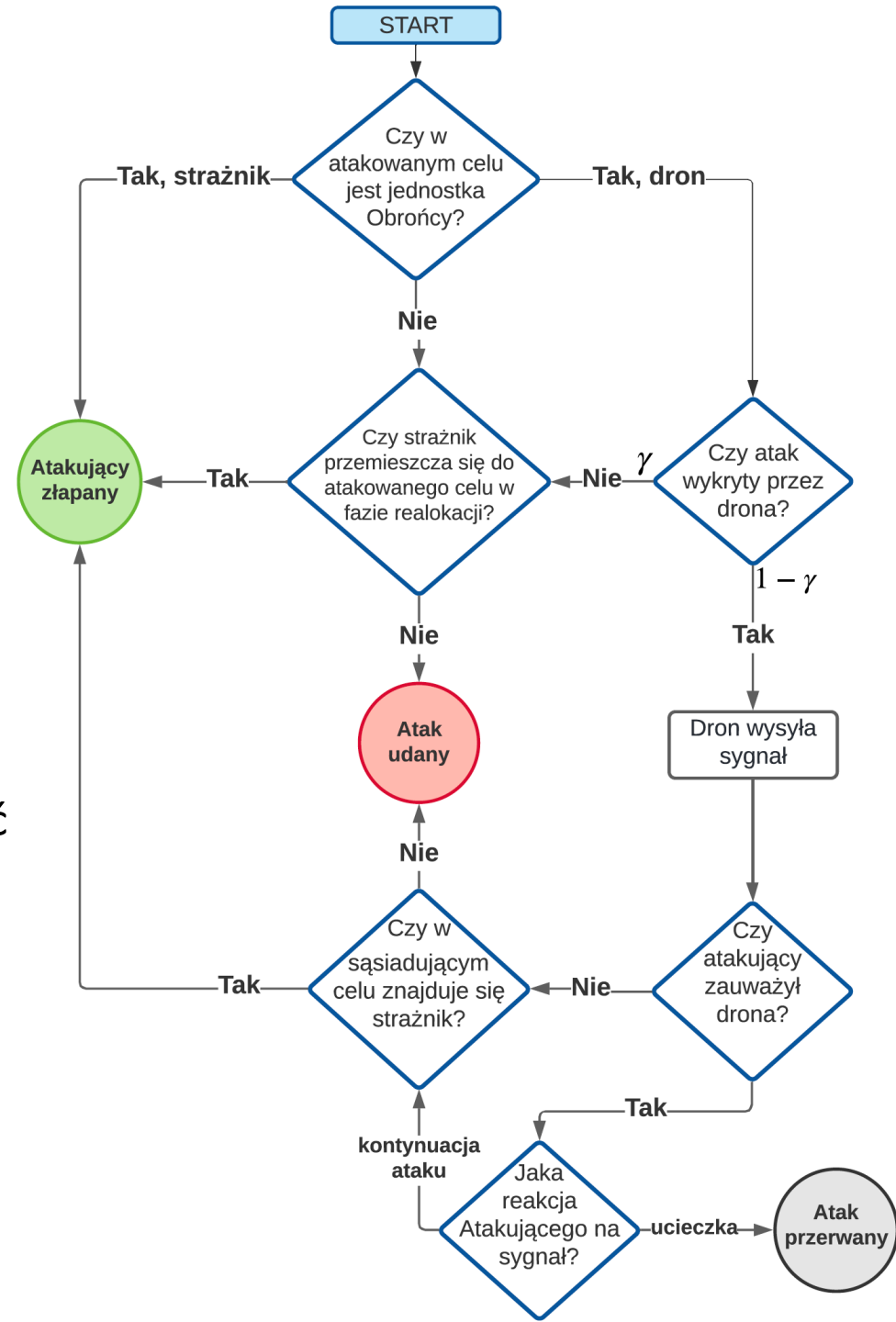
s^- - brak strażnika j.w., ale istnieje strażnik w sąsiednim wierzchołku, który może zareagować

$\Psi_j^\theta = [\Psi_{j,1}^\theta, \Psi_{j,2}^\theta, \dots, \Psi_{j,\mathcal{N}}^\theta]$ - strategia sygnalizacji w przypadku wykrycia ataku

$\Phi_j^\theta = [\Phi_{j,1}^\theta, \Phi_{j,2}^\theta, \dots, \Phi_{j,\mathcal{N}}^\theta]$ - strategia sygnalizacji w przypadku niewykrycia ataku

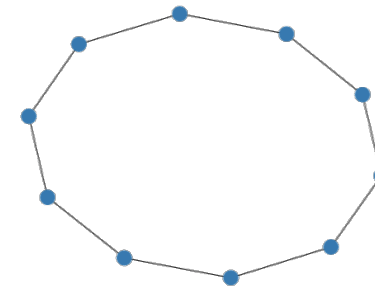
Gry z sygnalizacją - operatorzy

- 3 rodzaje mutacji:
 - zmiana alokacji/realokacji strażnika/drona
 - losowe zaburzenie prawdopodobieństwa sygnalizacji
 - losowe zaburzenie prawdopodobieństwa strategii prostej
- Krzyżowanie: łączenie strategii prostych jak w wersji bazowej, prawdopodobieństwa sygnalizacji uśredniane
- Ewaluacja uwzględniająca zasady gry (w tym niepewność obserwacji i wykrycia)

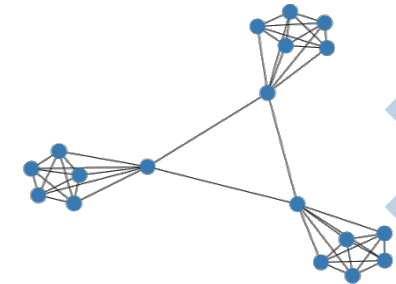


Gry z sygnalizacją - eksperymenty

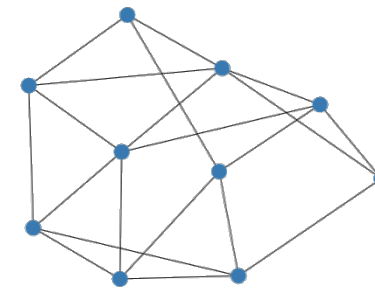
- 342 gry o różnych strukturach grafów:
 - rzadkie (avg deg = 2) – 50 gier
 - pośrednie (avg deg = $n/2$) – 50 gier
 - gęste (avg deg = $n-2$) – 50 gier
 - lokalnie gęste (połączone kliki) – 192 gry
- liczba wierzchołków: $n \in [10, 100]$
- liczba strażników: $k_s = \sqrt{\frac{n}{2}}$
- liczba dronów: $k_d = \frac{2}{3}n - k_s$



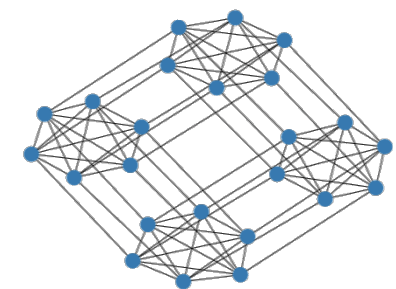
rzadkie



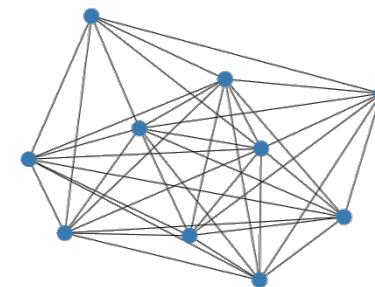
lokalnie gęste



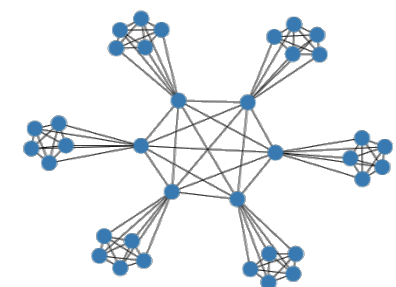
pośrednie



lokalnie gęste



gęste



lokalnie gęste

Gry z sygnalizacją - wyniki

Najlepszy wynik dla 200 z 342 gier

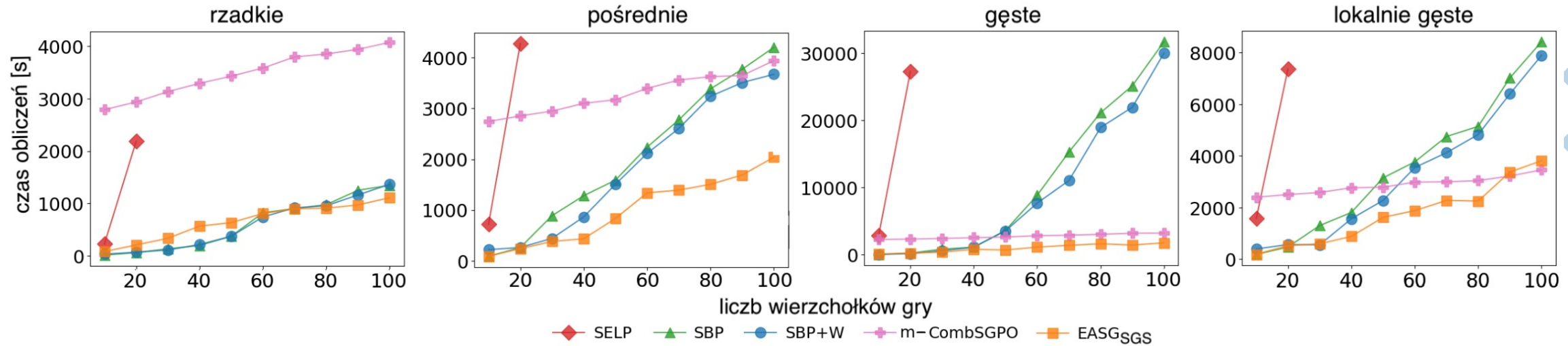
	SBP	SBP+W	m-CombSGPO	EASG _{SGS}
<i>rzadkie</i>	0.00 0.00 6/6	0.00 0.00 6/6	10.45 0.14 0/6	0.90 0.01 1/6
<i>pośrednie</i>	15.77 0.17 1/6	7.92 0.09 2/6	45.12 0.42 0/6	1.51 0.02 1/6
<i>gęste</i>	18.93 0.26 0/6	9.25 0.09 0/6	42.52 0.57 0/6	1.98 0.03 0/6
<i>lokalnie gęste</i>	13.45 0.28 1/12	3.16 0.05 4/12	31.34 0.52 0/12	1.42 0.02 3/12

Porównanie z wynikami optymalnymi

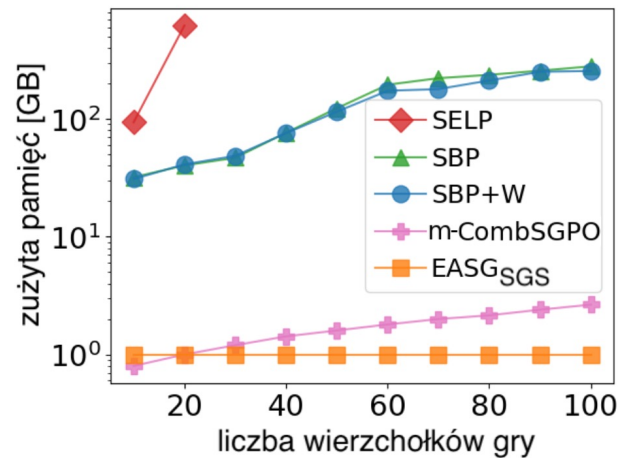
	SBP	SBP+W	m-CombSGPO	EASG _{SGS}
<i>rzadkie</i>	-86.68 (84%)	-86.01 (92%)	-419.86 (0%)	-91.32 (6%)
<i>pośrednie</i>	-75.01 (2%)	-72.75 (36%)	-255.73 (0%)	-69.92 (62%)
<i>gęste</i>	-58.72 (2%)	-57.98 (34%)	-149.14 (0%)	-51.47 (64%)
<i>lokalnie gęste</i>	-60.68 (4%)	-57.80 (26%)	-340.65 (0%)	-54.36 (70%)

Średnie wypłaty dla wszystkich gier

Gry z sygnalizacją - wyniki

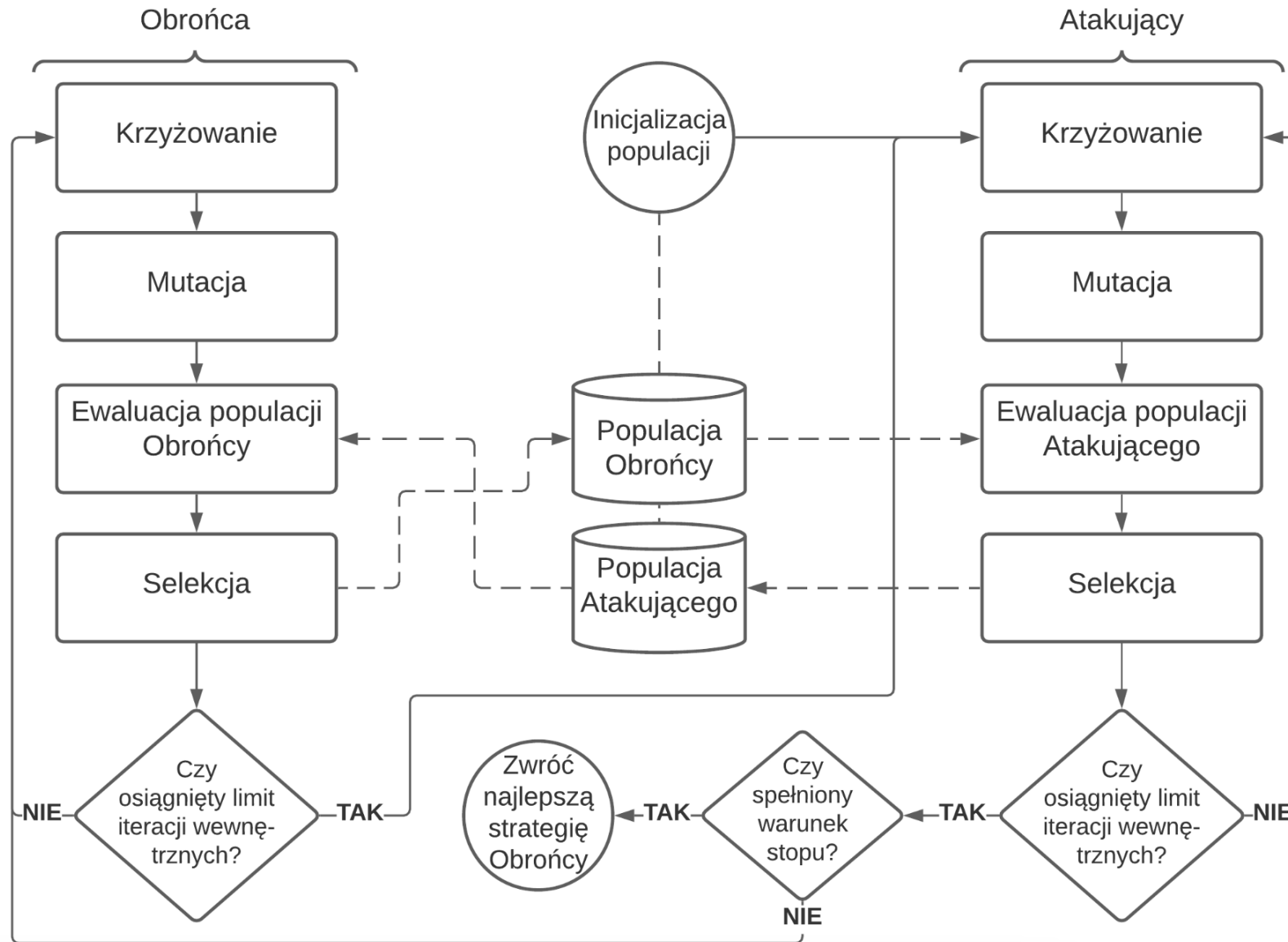


Porównanie czasów obliczeń



Porównanie zużycia pamięci

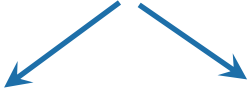
Algorytm koewolucyjny



Algorytm koewolucyjny - operatory

- Populacja Obrońcy i operatory ewolucyjne – bez zmian
- **Krzyżowanie** populacji Atakującego: wymieniające, jednopunktowe

$$\pi_A^1 = (a_1^1, a_2^1, \dots, a_m^1) \times \pi_A^2 = (a_1^2, a_2^2, \dots, a_m^2)$$

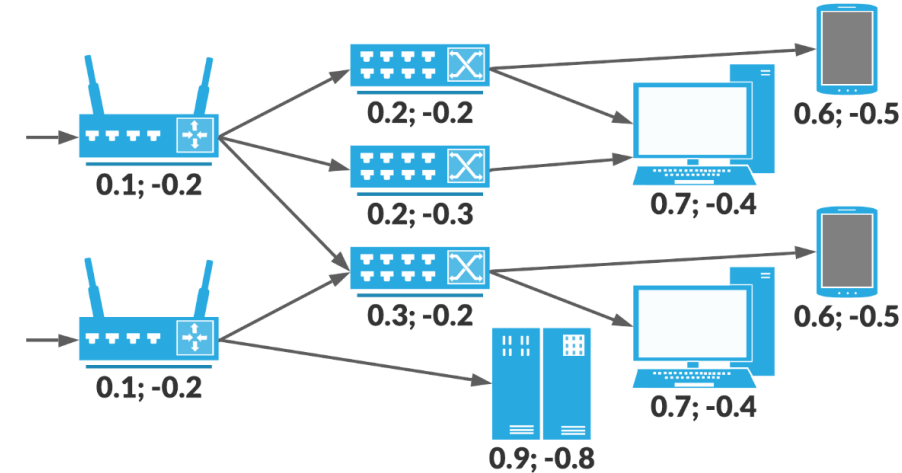

$$\pi_A'^1 = (a_1^1, a_2^1, \dots, a_i^1, a_{i+1}^2, \dots, a_m^2) \quad \pi_A'^2 = (a_1^2, a_2^2, \dots, a_i^2, a_{i+1}^1, \dots, a_m^1)$$

- **Mutacja** populacji Atakującego: zmiana losowej akcji
- **Ewaluacja** strategii Atakującego: maksimum wypłaty Atakującego względem $N_{top} = 10$ najlepszych strategii z populacji Obrońcy

Algorytm koewolucyjny – wyniki (gry WHG i Fliplt ^[12])

WHG				
V	C2016	O2UCT	EASG	CoEvoSG
15	0.052	0.051	0.051	0.050
20	0.054	0.053	0.052	0.050
25	0.048	0.046	0.045	0.043
30	-	0.044	0.042	0.039
40	-	-	0.040	0.036
50	-	-	-	0.029

FIG				
V	C2016	O2UCT	EASG	CoEvoSG
5	0.890	0.887	0.886	0.886
10	0.854	0.851	0.847	0.845
15	0.811	0.807	0.802	0.798
20	-	0.784	0.780	0.772
25	-	-	0.754	0.746
30	-	-	-	0.730
40	-	-	-	0.722



Porównanie średnich wypłat Obrońcy w zależności od liczby wierzchołków grafu

optymalny wynik:

WHG: 38/60

FIG: 29/45

średnia różnica:

WHG: 0.0023

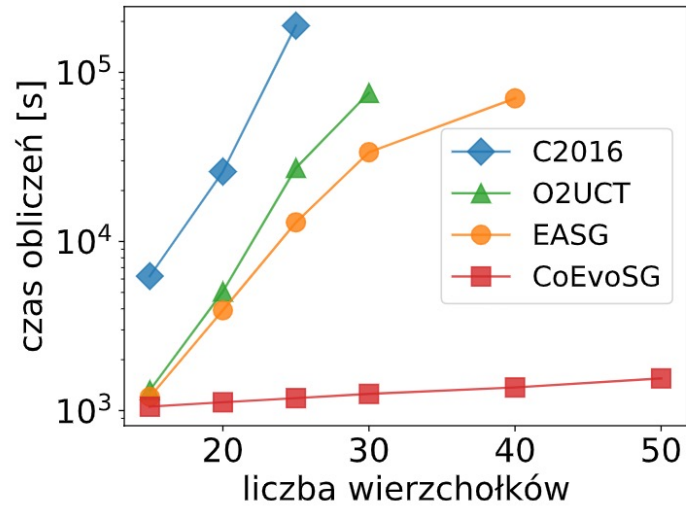
FIG: 0.0137

WHG				
m	C2016	O2UCT	EASG	CoEvoSG
3	0.043	0.043	0.043	0.043
4	0.052	0.050	0.050	0.049
5	0.055	0.054	0.053	0.052
6	0.058	0.056	0.054	0.051
8	-	0.053	0.051	0.048
10	-	-	0.048	0.044
15	-	-	-	0.040
20	-	-	-	0.038

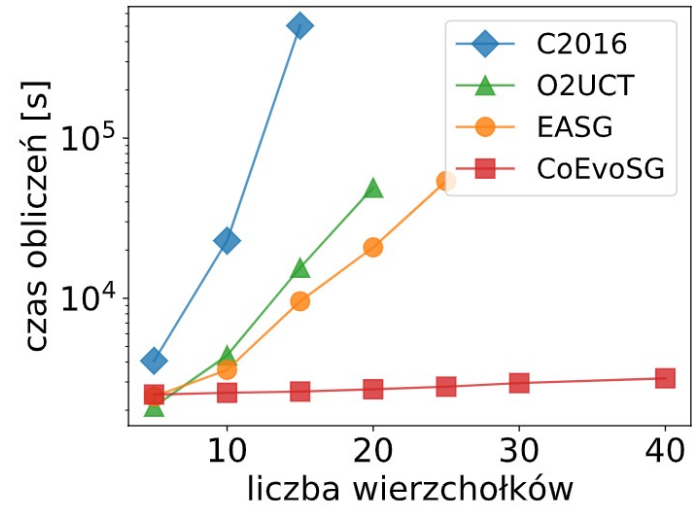
FIG				
m	C2016	O2UCT	EASG	CoEvoSG
3	0.823	0.821	0.820	0.817
4	0.817	0.812	0.808	0.805
5	0.810	0.801	0.798	0.791
6	-	0.794	0.792	0.791
8	-	0.789	0.784	0.781
10	-	-	0.780	0.778
15	-	-	-	0.774
20	-	-	-	0.761

Porównanie średnich wypłat Obrońcy w zależności od liczby kroków czasowych

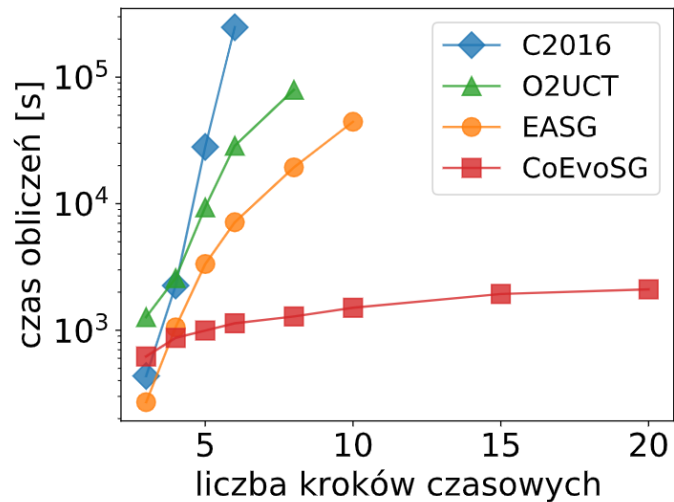
Algorytm koewolucyjny - wyniki



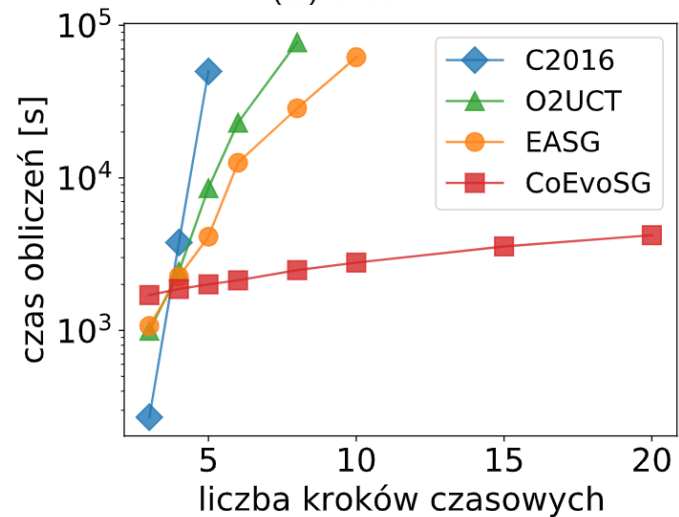
(a) WHG



(b) FIG



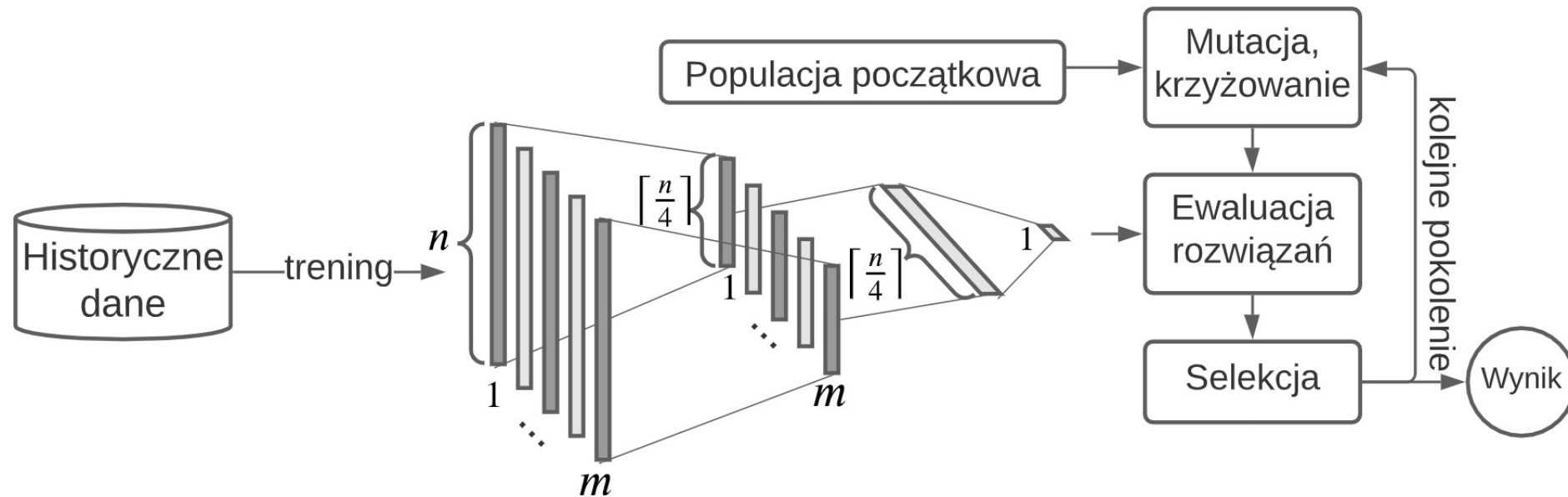
(a) WHG



(b) FIG

Algorytm neuroewolucyjny (NESG)

- Zastąpienie procedury ewaluacji zakodowanych rozwiązań siecią neuronową, która estymuje wypłatę Obrońcy na podstawie jego strategii
- Zastosowanie np. w przypadku założenia niepełnej racjonalności atakującego

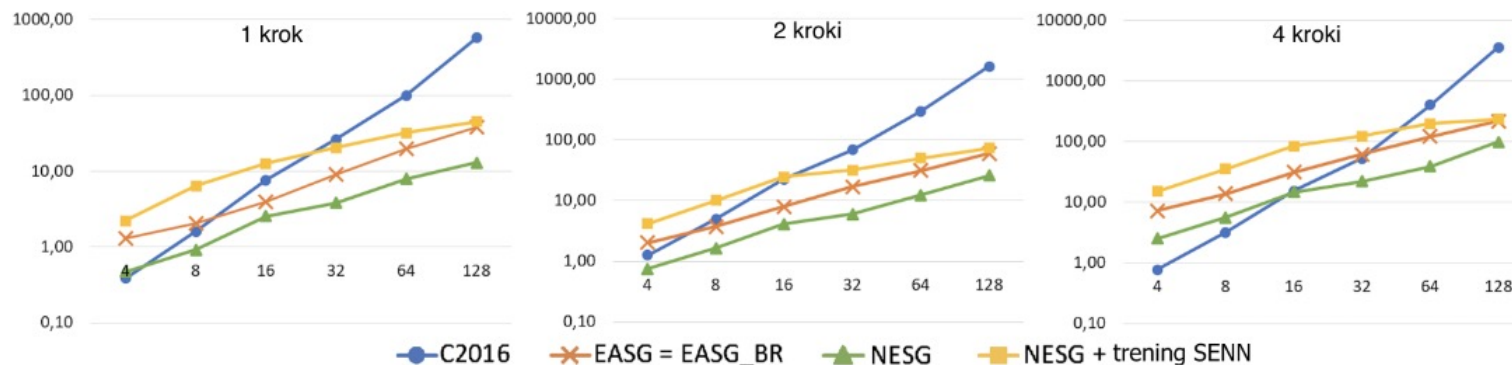


Algorytm neuroewolucyjny – wyniki

1 krok	t. zakotwiczenia				t. kwantowej odpowiedzi				t. perspektywy			
	celów	C2016	EASG	EASG_AT	NESG	C2016	EASG	EASG_QR	NESG	C2016	EASG	EASG_PT
4	-0.470	-0.472	-0.468	-0.469	-0.406	-0.408	-0.404	-0.405	-0.419	-0.420	-0.417	-0.418
8	-0.456	-0.457	-0.440	-0.440	-0.418	-0.422	-0.386	-0.388	-0.422	-0.423	-0.407	-0.407
16	-0.387	-0.391	-0.371	-0.371	-0.377	-0.378	-0.336	-0.338	-0.329	-0.335	-0.315	-0.318
32	-0.411	-0.412	-0.393	-0.397	-0.428	-0.429	-0.390	-0.394	-0.397	-0.404	-0.367	-0.370
64	-0.579	-0.586	-0.567	-0.568	-0.582	-0.584	-0.536	-0.537	-0.560	-0.564	-0.483	-0.486
128	-0.397	-0.405	-0.369	-0.372	-0.578	-0.578	-0.526	-0.529	-0.462	-0.463	-0.345	-0.347

2 kroki	t. zakotwiczenia				t. kwantowej odpowiedzi				t. perspektywy			
	celów	C2016	EASG	EASG_AT	NESG	C2016	EASG	EASG_QR	NESG	C2016	EASG	EASG_PT
4	-0.566	-0.566	-0.563	-0.564	-0.540	-0.541	-0.534	-0.535	-0.548	-0.549	-0.547	-0.547
8	-0.568	-0.572	-0.553	-0.555	-0.526	-0.528	-0.510	-0.512	-0.556	-0.556	-0.517	-0.518
16	-0.327	-0.331	-0.314	-0.317	-0.326	-0.331	-0.301	-0.302	-0.326	-0.331	-0.291	-0.294
32	-0.499	-0.500	-0.475	-0.479	-0.487	-0.487	-0.435	-0.435	-0.501	-0.502	-0.454	-0.457
64	-0.457	-0.463	-0.427	-0.427	-0.421	-0.424	-0.403	-0.408	-0.466	-0.471	-0.407	-0.410
128	-0.607	-0.614	-0.563	-0.567	-0.601	-0.604	-0.540	-0.544	-0.593	-0.595	-0.566	-0.571

4 kroki	t. zakotwiczenia				t. kwantowej odpowiedzi				t. perspektywy			
	celów	C2016	EASG	EASG_AT	NESG	C2016	EASG	EASG_QR	NESG	C2016	EASG	EASG_PT
4	-0.479	-0.481	-0.478	-0.479	-0.487	-0.489	-0.485	-0.486	-0.511	-0.512	-0.508	-0.510
8	-0.497	-0.500	-0.466	-0.467	-0.509	-0.513	-0.455	-0.456	-0.517	-0.519	-0.496	-0.499
16	-0.545	-0.547	-0.525	-0.525	-0.531	-0.534	-0.502	-0.503	-0.570	-0.574	-0.535	-0.538
32	-0.478	-0.484	-0.460	-0.464	-0.500	-0.505	-0.468	-0.470	-0.525	-0.531	-0.492	-0.496
64	-0.563	-0.568	-0.547	-0.551	-0.587	-0.593	-0.553	-0.555	-0.600	-0.600	-0.561	-0.563
128	-0.531	-0.536	-0.493	-0.497	-0.545	-0.549	-0.503	-0.505	-0.553	-0.555	-0.512	-0.512



Podsumowanie

Algorytmy ewolucyjne mogą być z powodzeniem stosowane do poszukiwania równowagi w wielokrokowych grach obronnych Stackelberga.

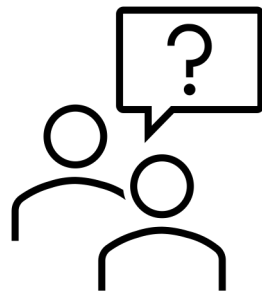
Zalety:

- Dobra skalowalność czasowa
- Wyniki bliskie optymalnym
- Niskie wymagania pamięciowe
- Uniwersalność

Wady:

- Brak teoretycznej gwarancji jakości rezultatów

Dziękujemy za uwagę



Bibliografia

- [1] Jain, Manish, et al. "**Software assistants for randomized patrol planning for the LAX airport police and the federal air marshal service.**" *Interfaces* 40.4 (2010): 267-290.
- [2] Shieh, Eric, et al. "**PROTECT: A deployed game theoretic system to protect the ports of the United States.**" *Proceedings of the 11th AAMAS Conference* vol. 1. 2012.
- [3] Pita, James, et al. "**Deployed ARMOR protection: the application of a game theoretic model for security at the Los Angeles International Airport.**" *Proceedings of the 7th AAMAS Conference*. 2008.
- [4] Fang, Fei, Peter Stone, and Milind Tambe. "**When security games go green: Designing defender strategies to prevent poaching and illegal fishing.**" *Proceedings of the 24th IJCAI*. 2015.
- [5] Yin, Zhengyu, et al. "**Trusts: Scheduling randomized patrols for fare inspection in transit systems.**" *Proceedings of the 24th IAAI Conference*. 2012.
- [6] Conitzer, Vincent, and Tuomas Sandholm. "**Computing the optimal strategy to commit to.**" *Proceedings of the 7th ACM conference on Electronic commerce*. 2006.
- [7] Paruchuri, Praveen, et al. "**Playing games for security: An efficient exact algorithm for solving Bayesian Stackelberg games.**" *Proceedings of the 7th AAMAS* vol. 2. 2008.
- [8] Bosansky, Branislav, and Jiri Cermak. "**Sequence-form algorithm for computing stackelberg equilibria in extensive-form games.**" *Proceedings of the 29th AAI Conference*. 2015.
- [9] Cermak, Jiri, et al. "**Using correlated strategies for computing stackelberg equilibria in extensive-form games.**" *Proceedings of the 30th AAI Conference*. 2016.
- [10] Černý, Jakub, Branislav Bojanský, and Christopher Kiekintveld. "**Incremental strategy generation for stackelberg equilibria in extensive-form games.**" *Proceedings of the 2018 ACM Conference on Economics and Computation*. 2018.
- [11] Bondi, Elizabeth, et al. "**To signal or not to signal: Exploiting uncertain real-time information in signaling games for security and sustainability.**" *Proceedings of the 34th AAI Conference*. 2020.
- [12] Van Dijk, Marten, et al. "**Flit: The game of stealthy takeover.**" *Journal of Cryptology* 26.4: 655-713. 2013.